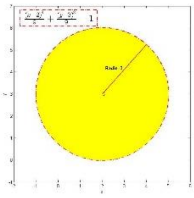
Tabla de Contenidos de Ejercicios

Ejercicio 1

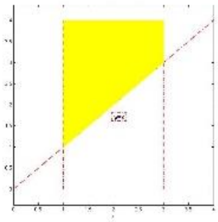
a-

$\mathbf{A = \{\vec{x} \in R^2 / ||\vec{x} - (2;3)|| < 3\}}$**=E ((2;3),3) Entorno en el punto**



Acotado, Abierto (Sin Frontera)

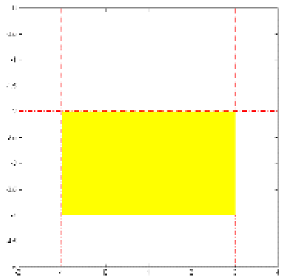
b-



Si $|x - 2| < 1 \wedge y > |x|$
Si $-1 + 2 < x < 1 + 2 \wedge -y < x < y$
Si $1 < x < 3 \wedge -y < x < y$
$\mathbf{B = \{(x;y) \in R^2 / -y < x < y\} \cup x \in (1;3)}$

Abierto

c-



Si $|x - 1| < 2 \wedge |y + 3| < 1$
Si $-2 + 1 < x < 2 + 1 \wedge -1 - 3 < x < 1 - 3$
Si $-1 < x < 3 \wedge -4 < x < -2$
$\mathbf{B = \{(x;y) \in R^2 / x \in (-1;3) \wedge y \in (-4;-2)}$

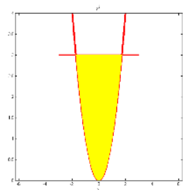
Acotado, Abierto

d-

Si $|x - 1| \leq 2 \wedge |y + 3| < 1$

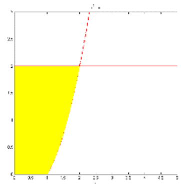
Si $-2 + 1 \leq x \leq 2 + 1 \wedge -1 - 3 < x < 1 - 3$
Si $-1 \leq x < 3 \ \leq -4 < x < -2$
$\mathbf{B = \{(x;y) \in R^2 / x \in [-1;3] \wedge y \in (-4;-2)}$ **Igual ant, pero con línea llena Vertical**

e-



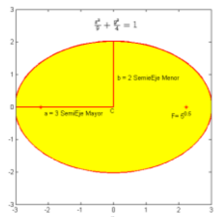
Si $y \geq x^2 \wedge y \leq 3$ **Acotado, Cerrado = Compacto**

f-



Acotado

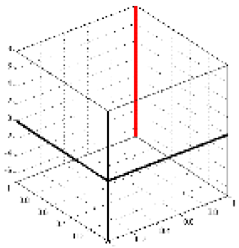
g-



Acotado y Cerrado = Compacto

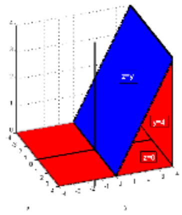
h-

El punto (1,1)
Acotado y Cerrado



i-

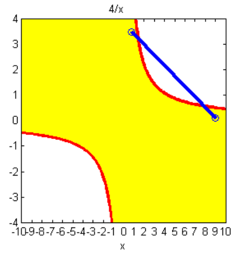
Es la recta (1,1,3)+λ(0,0,1) // Eje Z
Cerrado



j-

Sin clasificación

Ejercicio 2

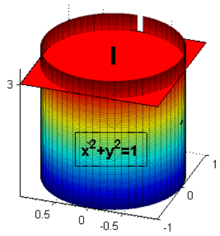


Como vemos la figura es una hipérbola equilátera donde la región de H, incluye la frontera o de la misma manera decimos que es **CERRADA**.

Siempre desde un punto A a un punto B se puede llegar por alguna curva, pero no en línea recta (COMO MARCA LA LINEA **AZUL**) lo que lo hace **CONEXA, NO CONVEXA**.

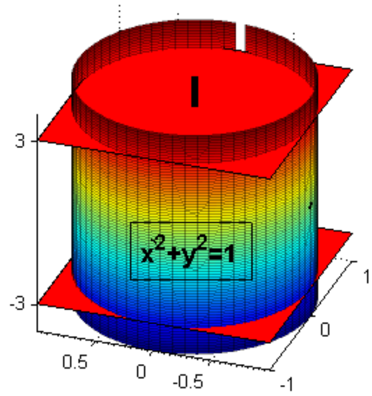
Ejercicio 3

Una forma de resolverlo, la cual la vamos a realizar es viendo que figuras se forman a medida que cortamos con ejes paralelos a los de los coordenados.



a-

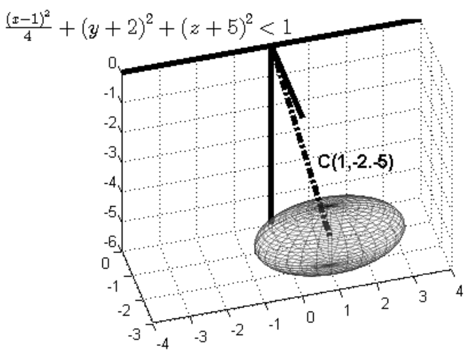
Para z=C:
Son CIRCUNFERENCIA DE R 1
Para y=0
$\mathbf{x^2 = 1 \Rightarrow x = 1 \vee x = -1}$ 2 RECTAS PARALELAS EN 1 Y -1 al eje Z.
Para x=0
Ident anterior en y. **CERRADA**



b-

Es EL MISMO cilindro de a) pero **COMPACTO.**

c-



Si hacemos cortes en distintas direcciones que se alejen del centro obtenemos siempre elipses de menor excentricidad cada vez. Es **ABIERTO Y ACOTADO.**

Ejercicio 4

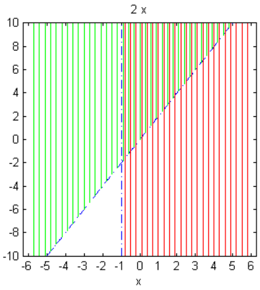
a-

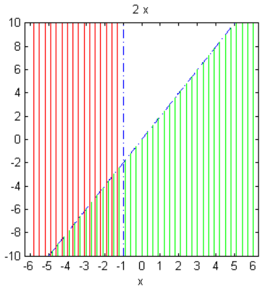
$$\exists \ln a = b \Leftrightarrow e^b = a \Rightarrow a > 0$$

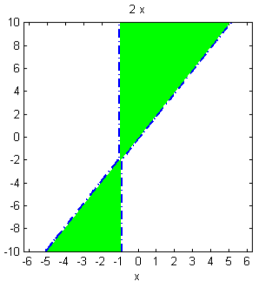
(x+1)(y-2x)>0

(x+1>0 ∧ y-2x>0)∨(x+1<0 ∧ y-2x<0)

(x>-1 ∧ y>2x)∨(x<-1 ∧ y<2x)



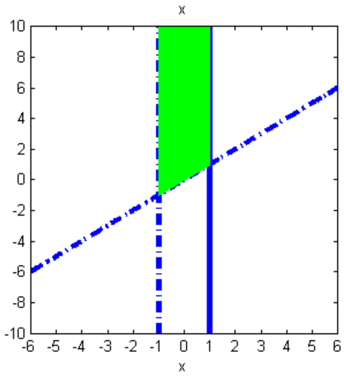




b-

1-x≥0 ∧ 1+x>0 ∧ y-x>0

x≤1 ∧ x>-1 ∧ y>x



$$\text{Sea } \bar{f}: R^n \to R^m / \bar{f}(x_1, x_2, \dots, x_n) = (f_1, f_2, \dots, f_m)$$
$$\text{Dom } \bar{f} = \bigcap_{i=1}^{m} f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

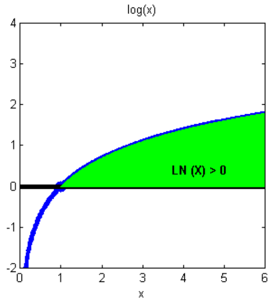
c-

u²-1=(u+1)(u-1)≥0

(u≥-1 ∧ u≥1) ∨ (u≤-1 ∧ u≤1)

u≥1 ∨ u≤-1

(-∞;-1] ∪ [1;+∞)

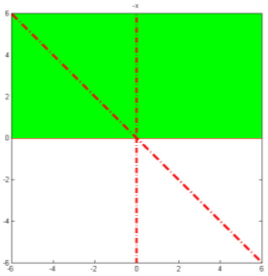


d-

ln(2+x+y)≥0

$e^0 \leq 1 \leq 2 + x + y$

y≥-1-x



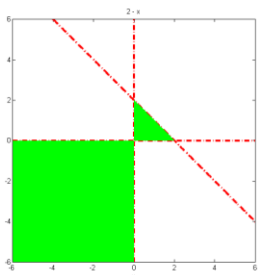
e-

x ≠0 ∧ y≠-x ∧ y≥0

f-

xy>0 ∧ y<2-x

((x>0 ∧ y>0) ∨ (x<0 ∧ y<0))∧ y<2-x



Ejercicio 5

Las curvas de NIVEL, se refieren a la figura plana que está representada por el corte a la superficie que genera la ecuación por planos paralelos a un PLANO COORDENADO (GENERALMENTE Z) superponiendo por niveles las figuras planas resultantes.

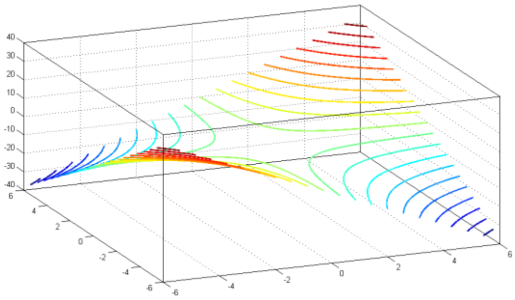
Al hablar de nivel y de z(Altura), nos referimos a la figura plana que resulta de cortar a la superficie en z=k (Nivel).

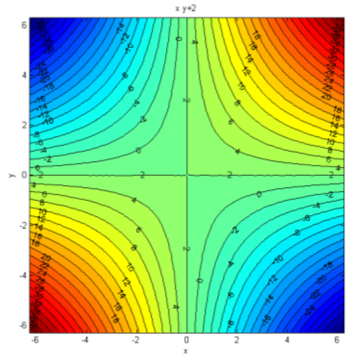
Luego queda determinado según sea en R^2 o R^3 la siguiente manera:

- **$f:R^2 \rightarrow R$**
  Sea f(x;y)=k=z=(x,y,f(x;y)) Es como si viésemos la **SUPERFICIE DESDE ARRIBA.**

- **$f:R^3 \rightarrow R$**
  Sea f(x;y;z)=N Son **SUPERFICIES incluidas.**

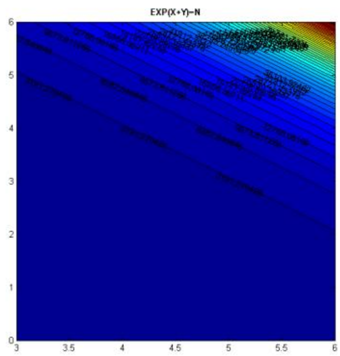
a-

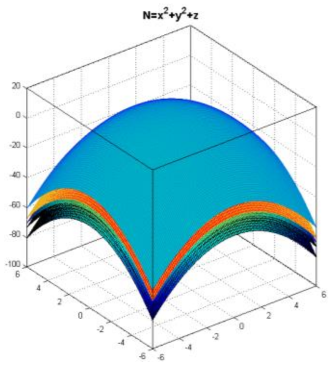


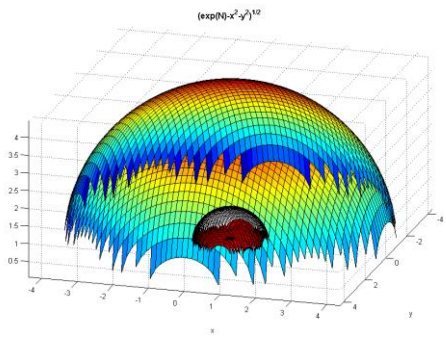


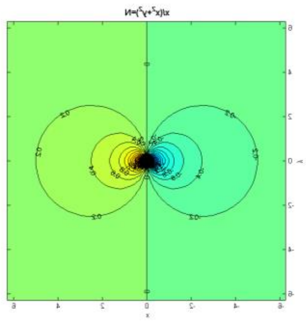
Si observamos las figuras planas resultantes de pasar PLANOS z=k=N a la superficie, obtenemos la figura de la izquierda. Si miramos desde arriba obtenemos la figura plana de la derecha. Donde los números que acompañan a las curvas son el NIVEL=N=k.

b- c- e- f-





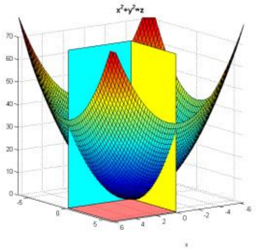




Ejercicio 6

Son de la forma g(x,y)=(x,y,f(x,y))⇒ z=f(x,y)

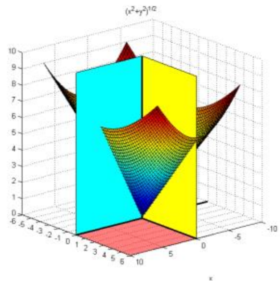
a-



- Como es la suma de dos cuadrados ***Im(g)=z≥0***
- **Positividad=** $R^2-\{0\}$

1. Para z=0 El punto (0,0)
2. Para y=0 La Parábola $z=x^2$
3. Para x=0 La Parábola $z=y^2$

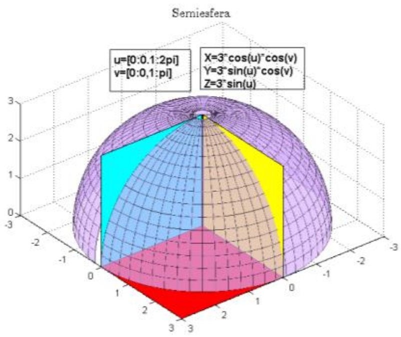
b-



- Como es la suma de dos cuadrados ***Im(g)=z≥0***
- **Positividad=** $R^2-\{0\}$

1. Para z=0 El punto (0,0)
2. Para y=0 Las Rectas z=x ∨ z=-x
3. Para x=0 Las Rectas z=y ∨ z=-y

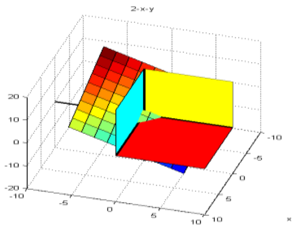
c-



- Como es una esfera de radio 3 ***Im(g)=0≤z≤3***
- **Positividad=** $x^2+y^2<9$

1. Para z=0 $x^2+y^2=3^2$
2. Para y=0 El Semicírculo $z=\sqrt{9-x^2}$
3. Para x=0 El Semicirculo $z=\sqrt{9-y^2}$

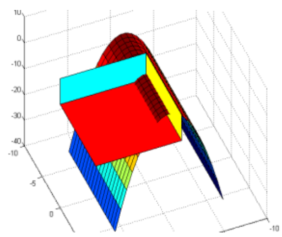
d-



- ***Im(g)= R***
- **Positividad=** $x+y<2$

1. Para z=0 La Recta $y=2-x$
2. Para y=0 La Recta $z=2-x$
3. Para x=0 La Recta $z=2-y$

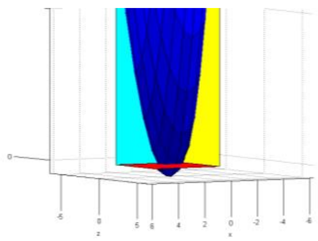
e-



- ***Im(g)={z∈R/z ≤2}***
- **Positividad=** $-\sqrt{2}<z<\sqrt{2}$

1. Para z=0 Las Rectas //y $x=-\sqrt{2} \wedge x=\sqrt{2}$
2. Para y=0 La Parábola $z=2-x^2$
3. Para x=0 La recta//y $z=2$

f-

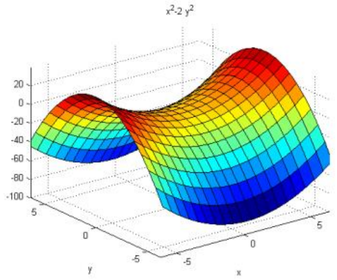
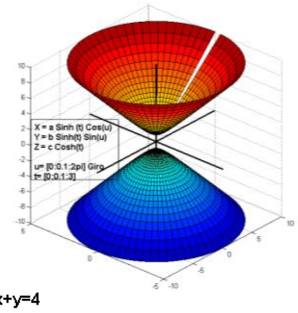
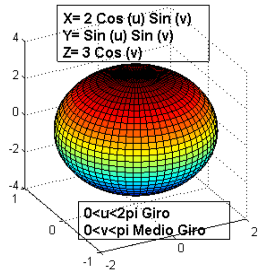


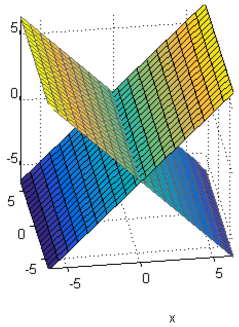
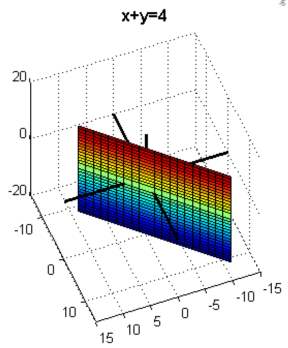
- ***Im(g)={z∈R/y≥-1}***
- **Positividad=** $(x-1)^2+z^2>1$

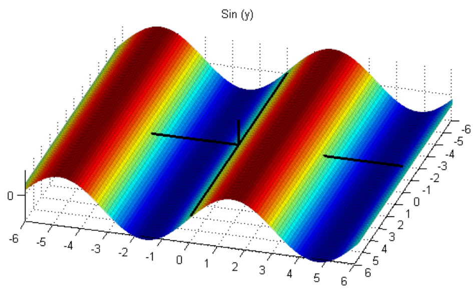
1. Para z=0 La Parábola $y=x^2-2x$
2. Para y=0 La Circunferencia $1=(x-1)^2+z^2$
3. Para x=0 La Parábola//y $y=z^2$

Ejercicio 8

- **b- c- d- e- f-**



a. Paraboloide Hiperbolico

a. $\frac{z}{c} = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$

b. $t(u,v) = \left(au, bv, c(u^2 - v^2)\right) = (a(u+v), b(u-v), 4cuv)$

c. R^2

b. Hiperboloide de dos hojas

a. $\frac{z^2}{c^2} - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ *(El signo atípico determina eje)*

b. $t(u,v) = (a\ Sinh\ (u)\ Cos\ (v), b\ Sinh\ (u)\ Sin\ (v), c\ Cosh(u)$

c. $[0,+\infty) \to [0,2\pi]$

c. Elipsoide

a. $\frac{z^2}{c^2} + \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

b. $t(u,v) = (a\ Sin\ (u)\ Cos(v)\ , b\ Sin\ (u)\ Sin\ (v), c\ Cos(v)$

c. $[0,2\pi] \to [0,\pi]$

Ejercicio 9

a-

Se define $\bar{g}$ una Función Vectorial: $R \to R^2$ donde:

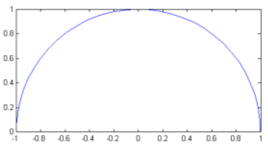
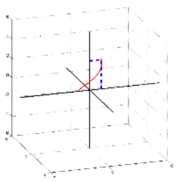
$$\begin{cases} x = \sin(u) \\ y = \cos(u) \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 = \sin^2(u) \\ y^2 = \cos^2(u) \end{cases} \quad x^2 + y^2 = \sin^2(u) + \cos^2(u) = 1$$

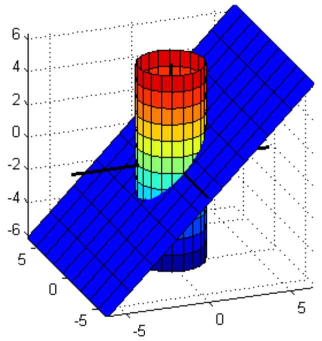
Quedando $x^2+y^2=1$ Es una Circunferencia, pero como $0 \le u \le \pi$

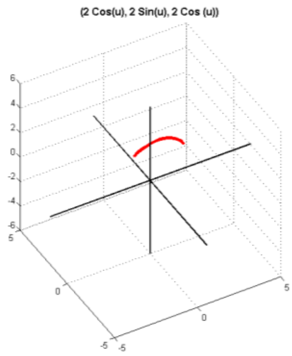
Es una Semi-Circunferencia

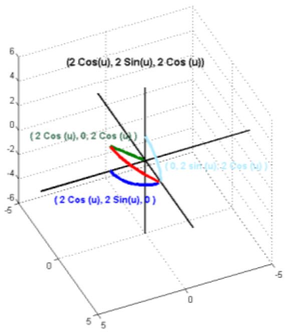
b- **Es una Hélice de paso constante.**

Con medio Paso.







Sabemos que la parametrización de $x^2+y^2=4$ (Cilindro Circular) da:

$(2\ \mathrm{Cos}(u), 2\ \mathrm{Sen}(u), t)$; $0 \leq u \leq \pi/2$ (I^{er} Oct) ; $-6 \leq t \leq 6$

Si la figura se obtiene de Intersectar $z=x$ da:

$(2\ \mathrm{Cos}(u), 2\ \mathrm{Sen}(u), 2\ \mathrm{Cos}(u))$; $0 \leq u \leq \pi/2$ (I^{er} Oct)

- Plano xy $\Rightarrow$ $z=0$ (La componente, aplana la curva, pero no modifica el parámetro):
  $x^2+y^2=4$ $x \geq 0, y \geq 0$; $(2\ \mathrm{Cos}(u), 2\ \mathrm{Sen}(u), 0)$ $0 \leq u \leq \pi/2$ (I^{er} Oct)

- Plano zx $\Rightarrow$ $y=0$ (La componente, aplana la curva, pero no modifica el parámetro):
  $x=z$ $0 \leq x \leq 2$; $(u, 0, u)$ $0 \leq u \leq 2$ (I^{er} Oct)

- Plano zy $\Rightarrow$ $x=0$ (La componente, aplana la curva, pero no modifica el parámetro):
  $y^2+z^2=4$ $y \geq 0, z \geq 0$; $(0, 2\ \mathrm{Sen}(u), 2\ \mathrm{Cos}(u))$ $0 \leq u \leq \pi/2$ (I^{er} Oct)